

**WYPEŁNIA ZDAJĄCY**

**KOD**

--	--	--

**PESEL**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Miejsce na naklejkę.**

Sprawdź, czy kod na naklejce to

**M-100.**

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.

Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

**Egzamin maturalny**

**Formuła 2023**

**MATEMATYKA**

**Poziom rozszerzony**

*Symbol arkusza*

**MMAP-R0-100-2605**

**DATA: 11 maja 2026 r.**

**GODZINA ROZPOCZĘCIA: 9:00**

**CZAS TRWANIA: 180 minut**

**LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: 50**

**Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym**

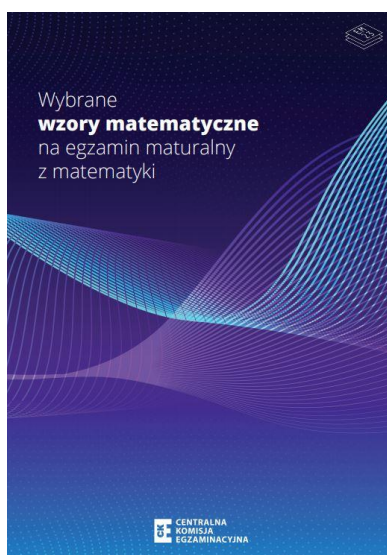
1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.





## Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 33 strony (zadania 1–12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu/pióra z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla egzaminatora. Tabelki są umieszczone na marginesie przy każdym zadaniu.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, z cyrkla i linijki oraz z kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



**Zadania egzaminacyjne są wydrukowane  
na następnych stronach.**

0-1-2

### Oblicz granicę

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\binom{n+2}{n-1}}{\frac{1}{2}n^3 - 4n + 7}$$

**Zapisz obliczenia.**



### Zadanie 2. (0–3)

Ze zbioru ośmiu liczb  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  losujemy bez zwracania osiem razy po jednej liczbie. Wylosowane liczby ustawiamy w ciąg zgodnie z kolejnością losowania.

**Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$  polegającego na tym, że wylosowane liczby utworzą ciąg, w którym iloczyn każdych trzech kolejnych wyrazów będzie liczbą podzielną przez 3. Wynik podaj w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego. Zapisz obliczenia.**

2.	0-1- 2-3
----	-------------

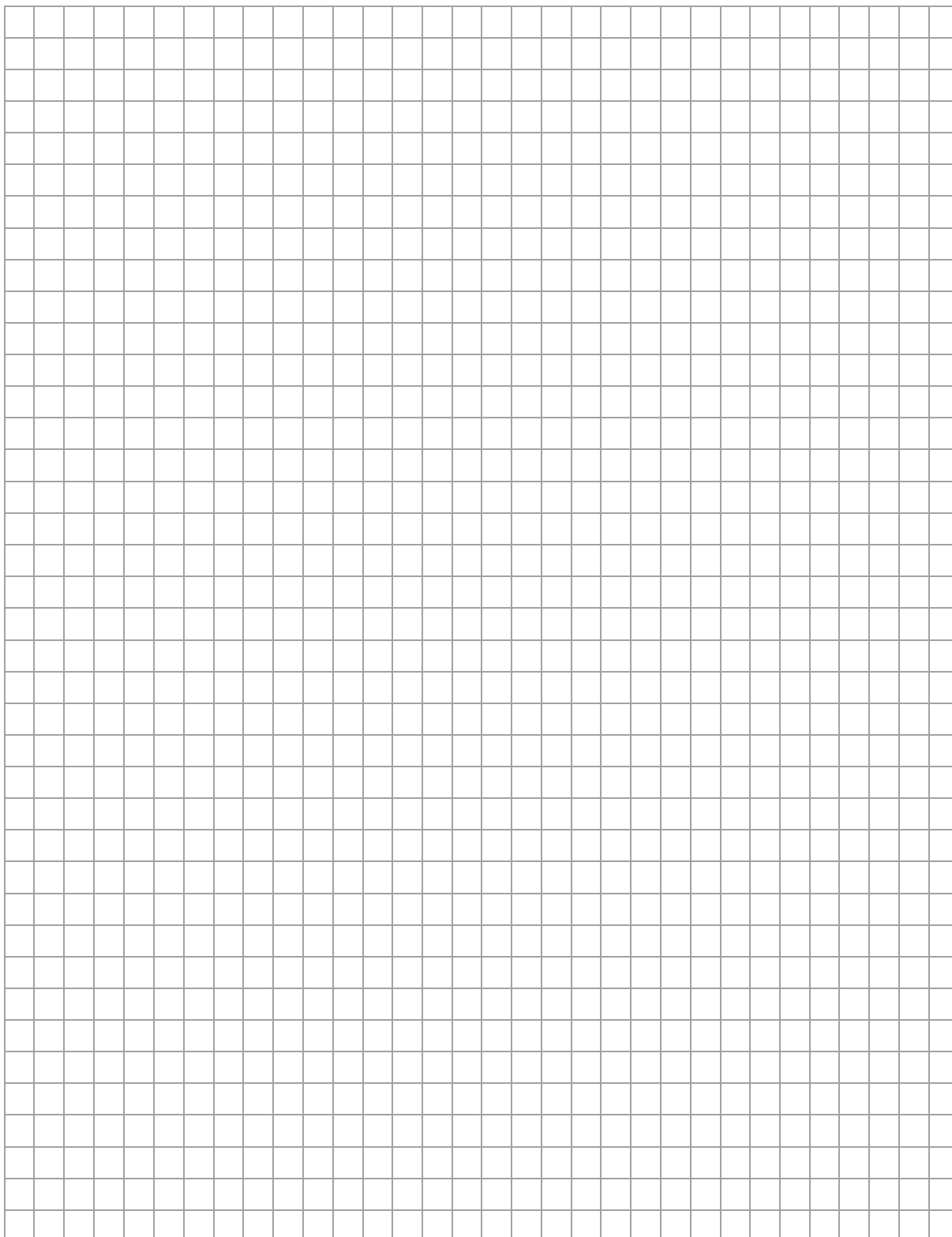
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings.

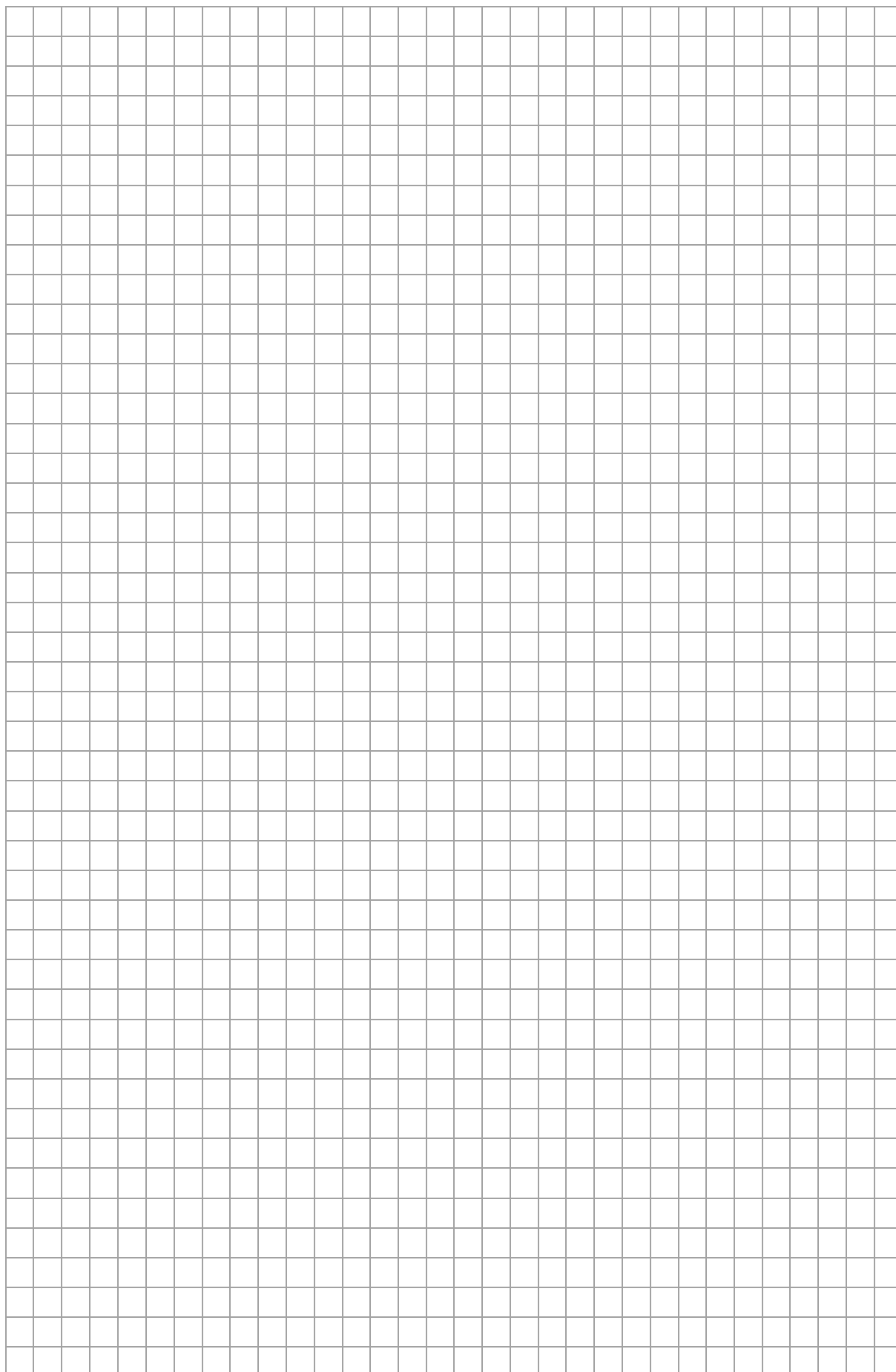
3.

0-1-  
2-3**Zadanie 3. (0-3)**

Wykaż, że dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej  $x$  i dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej  $y$  prawdziwa jest nierówność

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \leq \frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2}$$

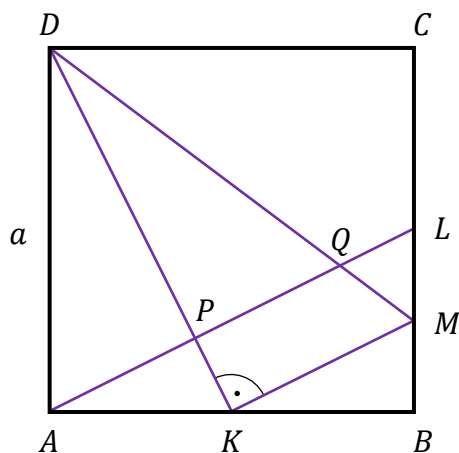




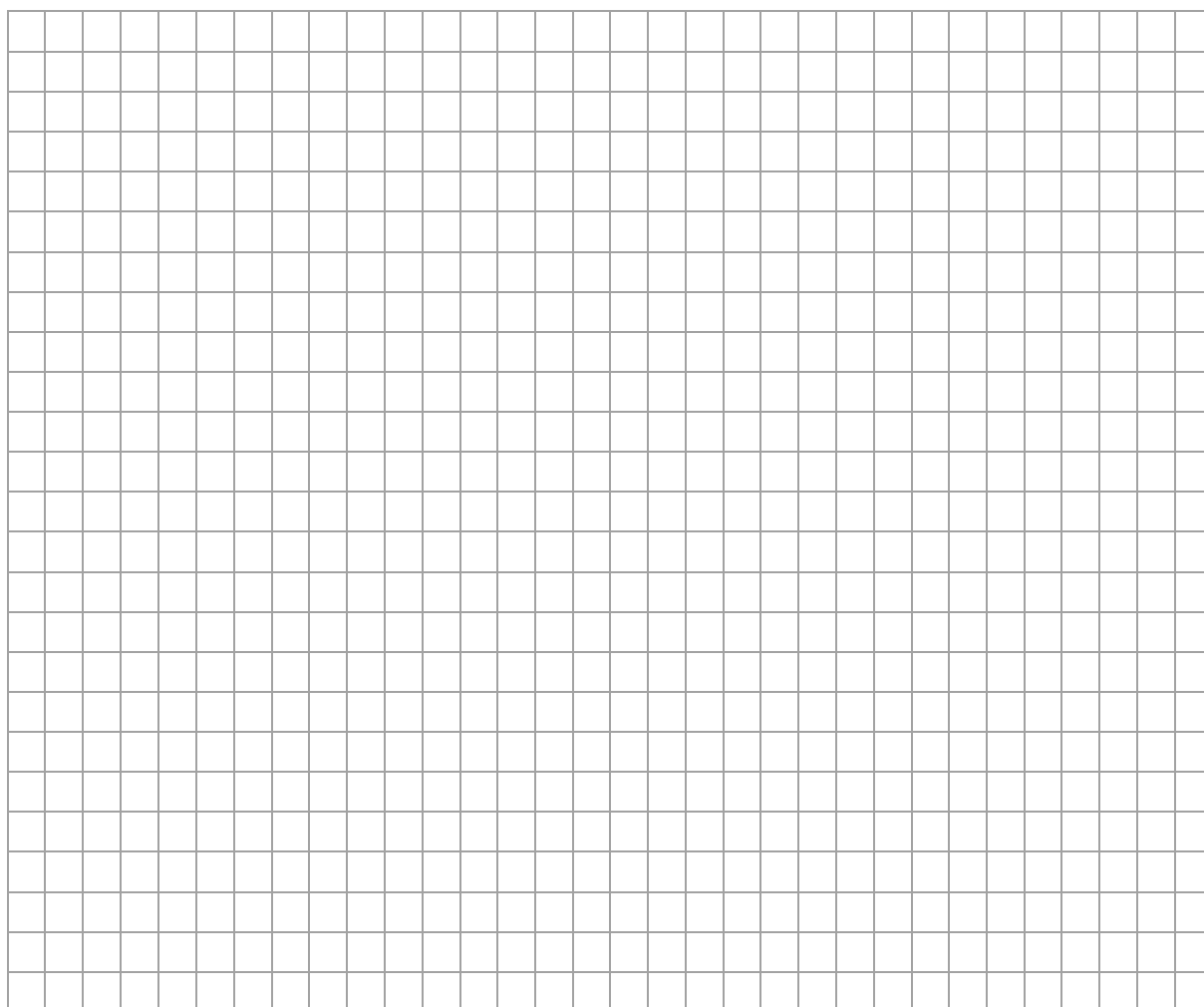
**Zadanie 4. (0–3)**

Punkty  $K$  i  $L$  są środkami – odpowiednio – boków  $AB$  i  $BC$  kwadratu  $ABCD$  o boku długości  $a$ . Punkt  $M$  jest takim punktem na boku  $BC$ , że odcinki  $DK$  i  $KM$  są prostopadłe.

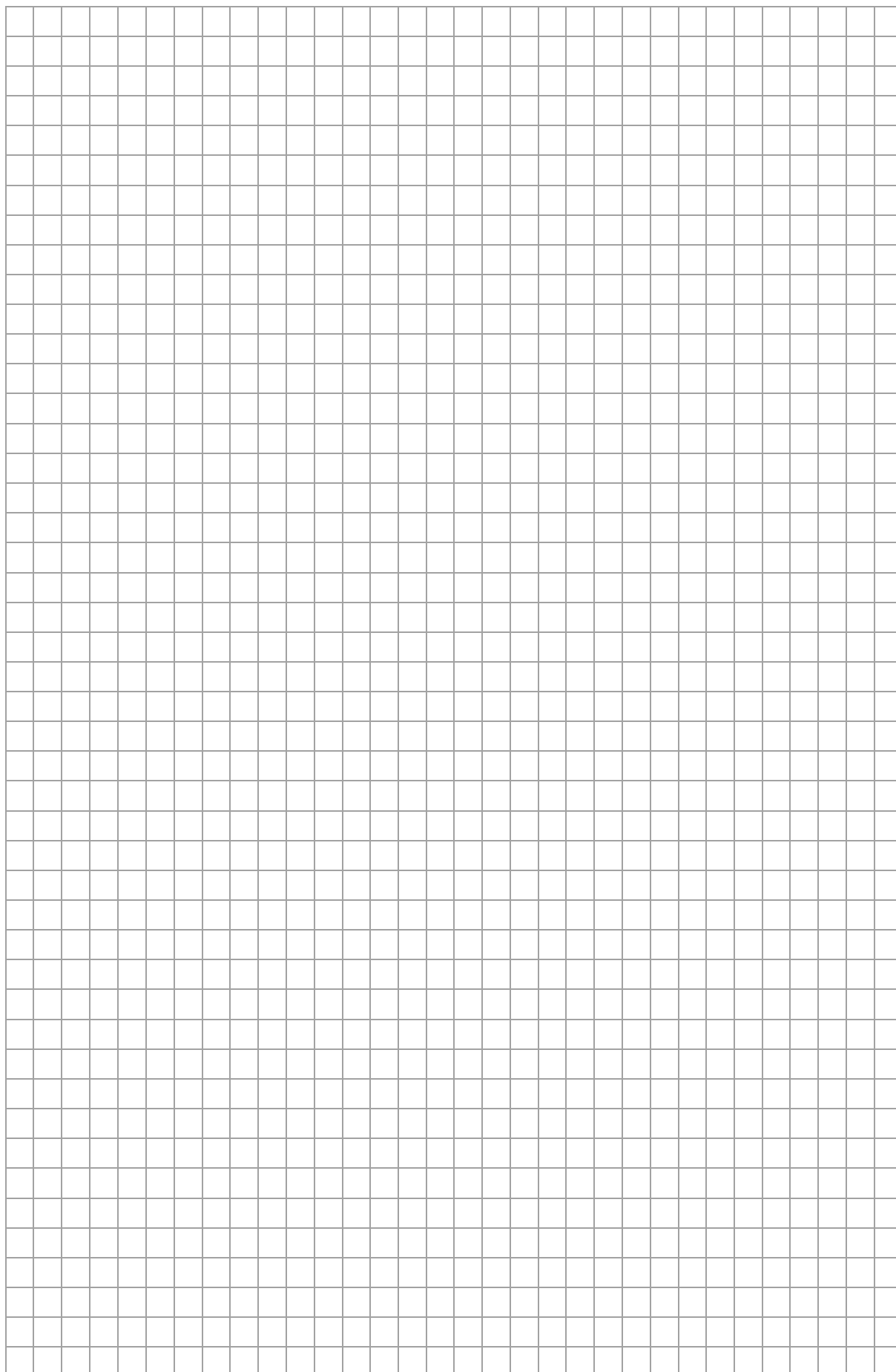
Odcinek  $AL$  przecina odcinki  $DK$  oraz  $DM$  w punktach – odpowiednio –  $P$  oraz  $Q$  (zobacz rysunek).



Wykaż, że  $|PQ| = \frac{\sqrt{5}}{5} a$ .





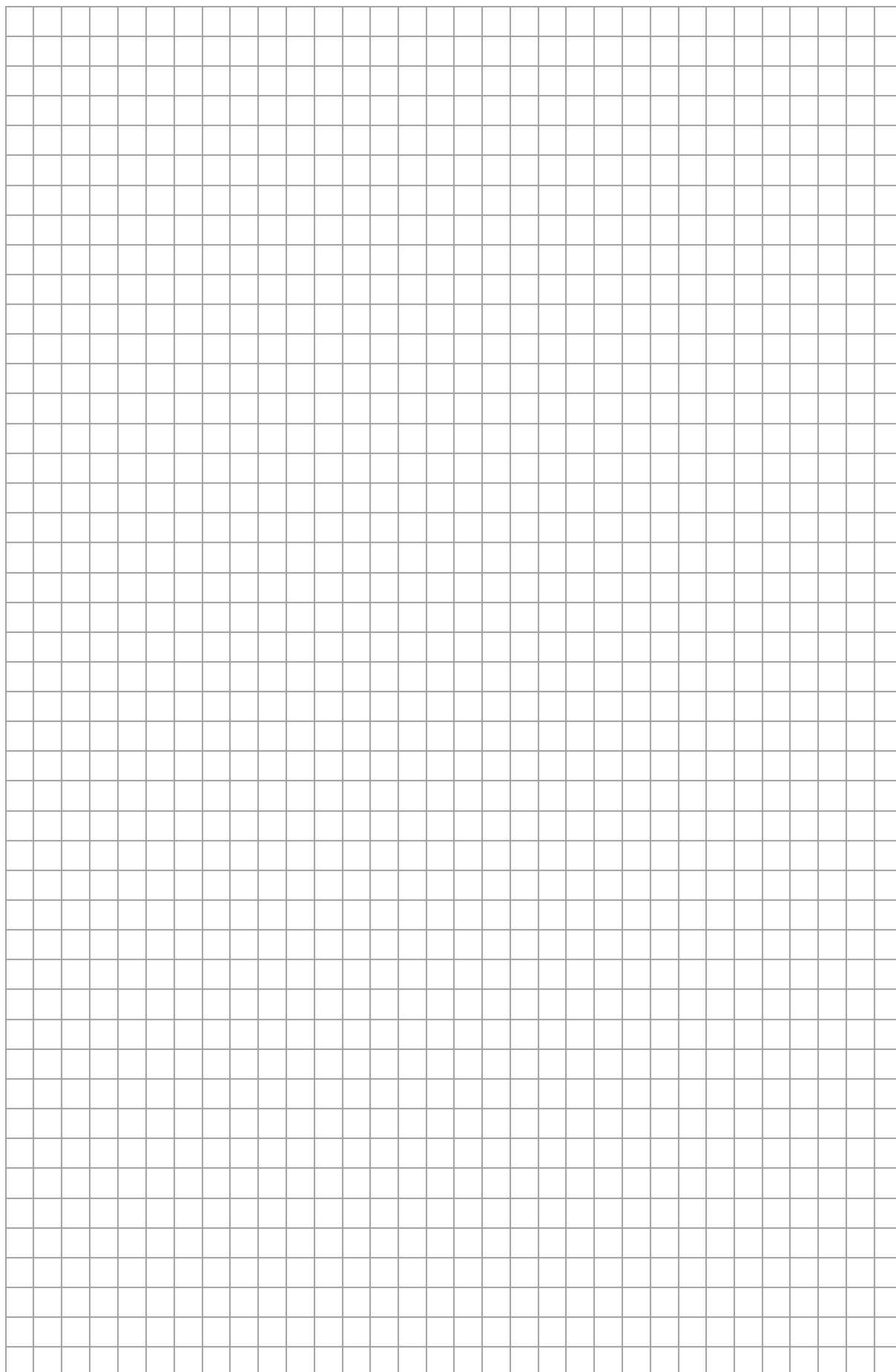


0-1-  
2-3-4

### Rozwiąż nierówność

**Zapisz obliczenia.**



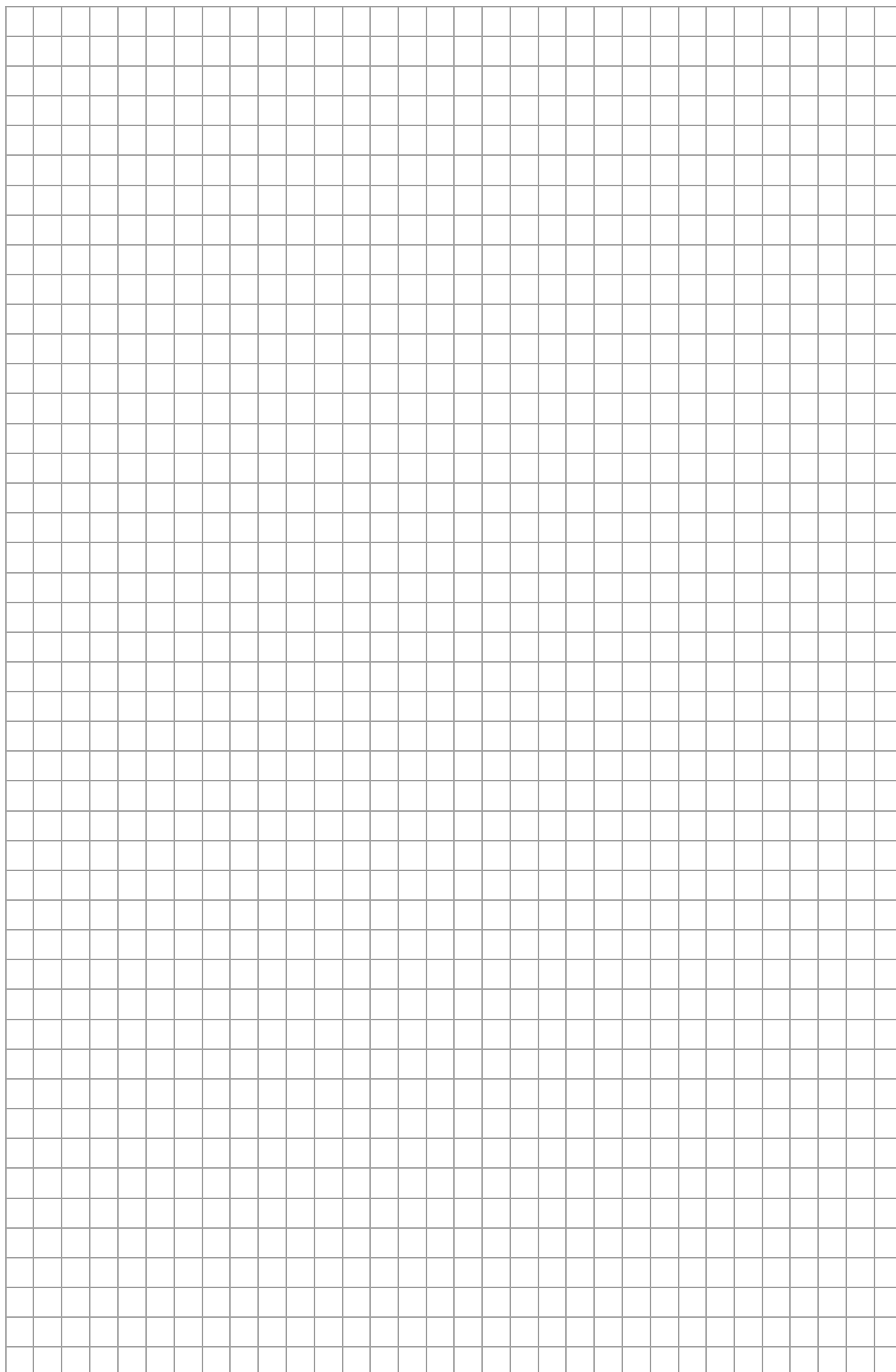


### Zadanie 6. (0–4)

Dany jest ciąg arytmetyczny  $(a_n)$  o skończonej liczbie wyrazów. Liczba wyrazów tego ciągu jest większa od 6. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy 1, a ostatni wyraz tego ciągu jest równy  $(-2025)$ . Drugi, trzeci i szósty wyraz tego ciągu tworzą – w podanej kolejności – ciąg geometryczny.

**Oblicz sumę wszystkich wyrazów ciągu  $(a_n)$ . Zapisz obliczenia.**

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.



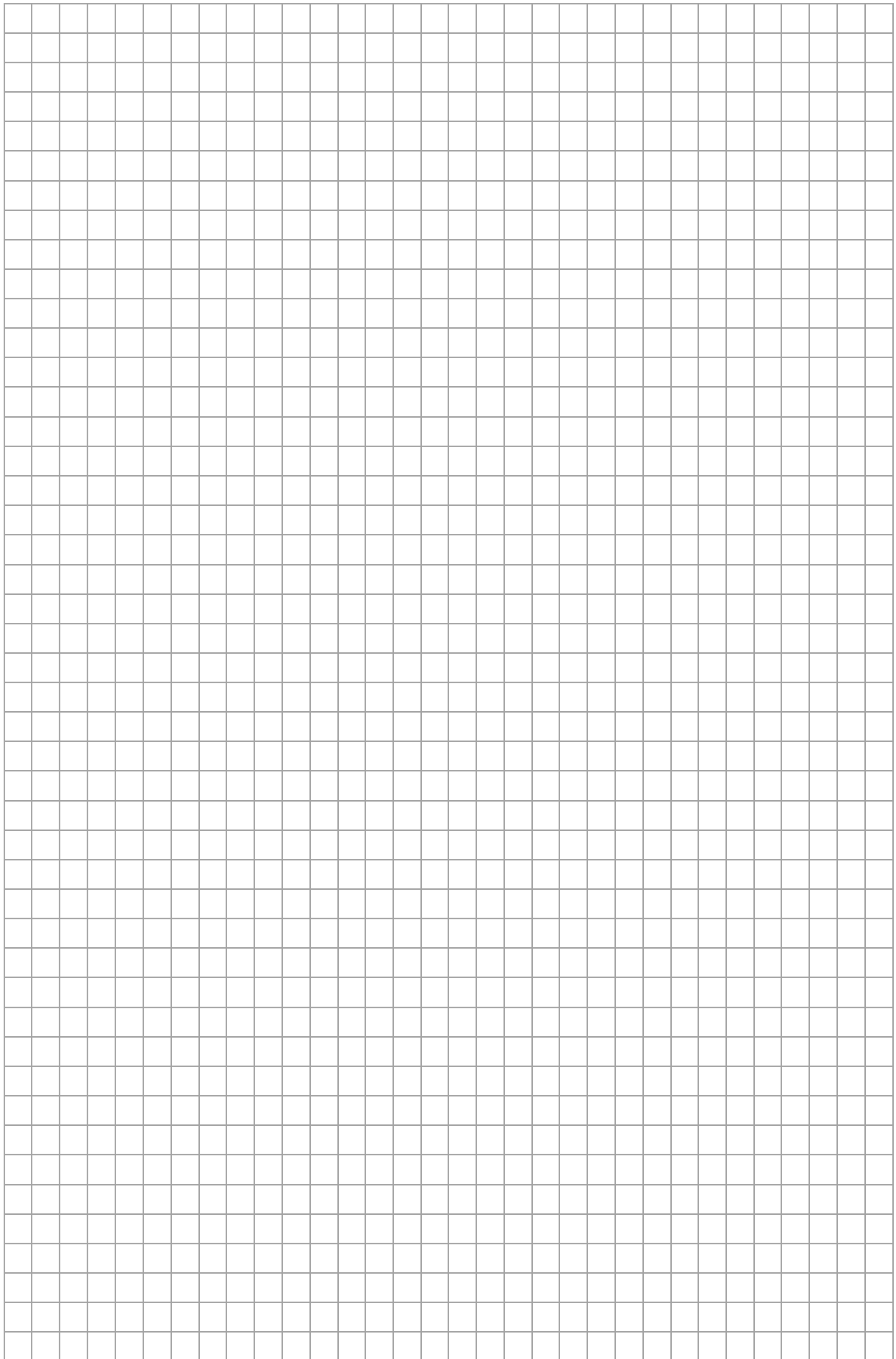
0-1-  
2-3-4

### Rozwiąż równanie

$$\sin(6x) - 2 \sin(2x) = 0$$

**Zapisz obliczenia.**

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

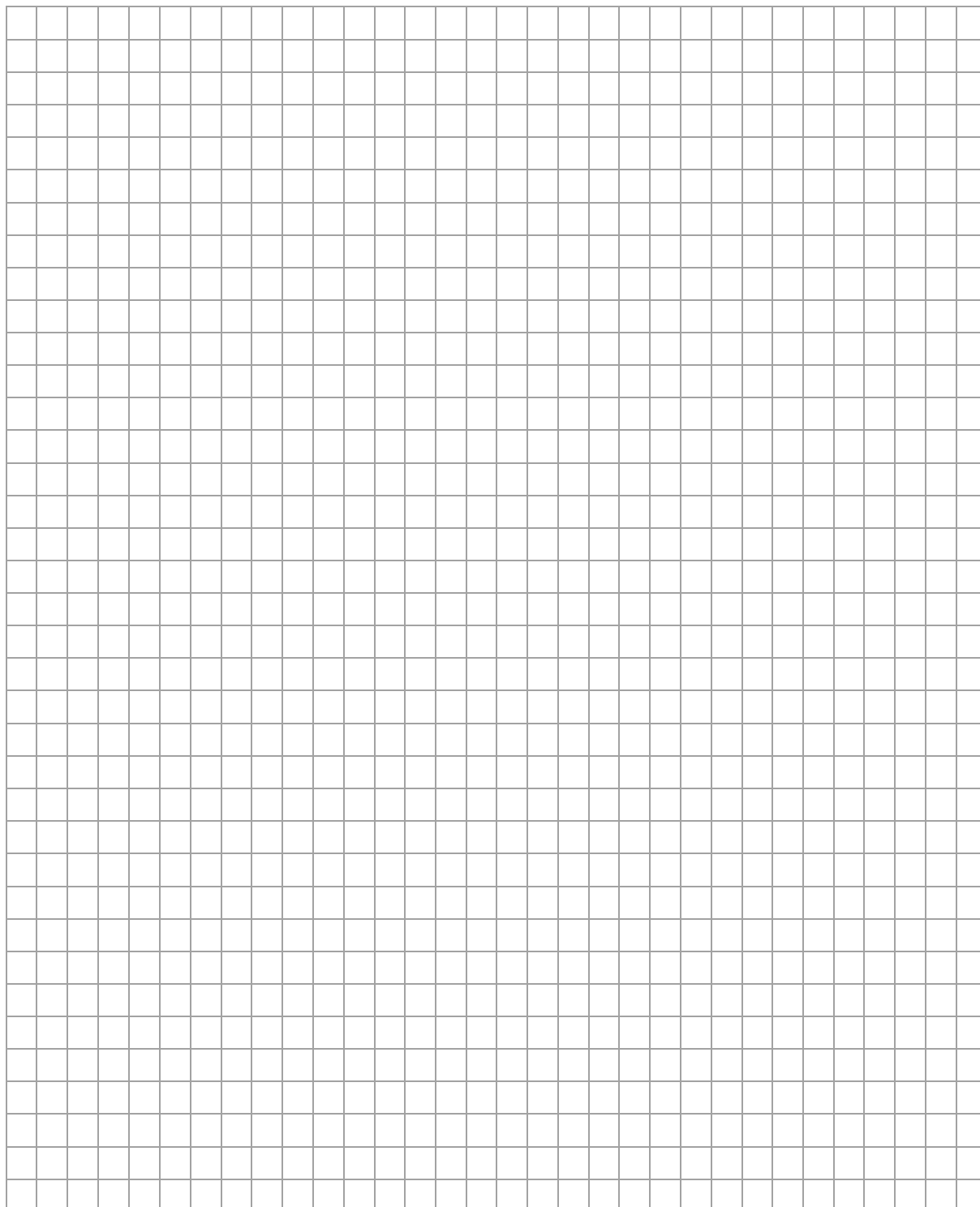


**Zadanie 8. (0–4)**

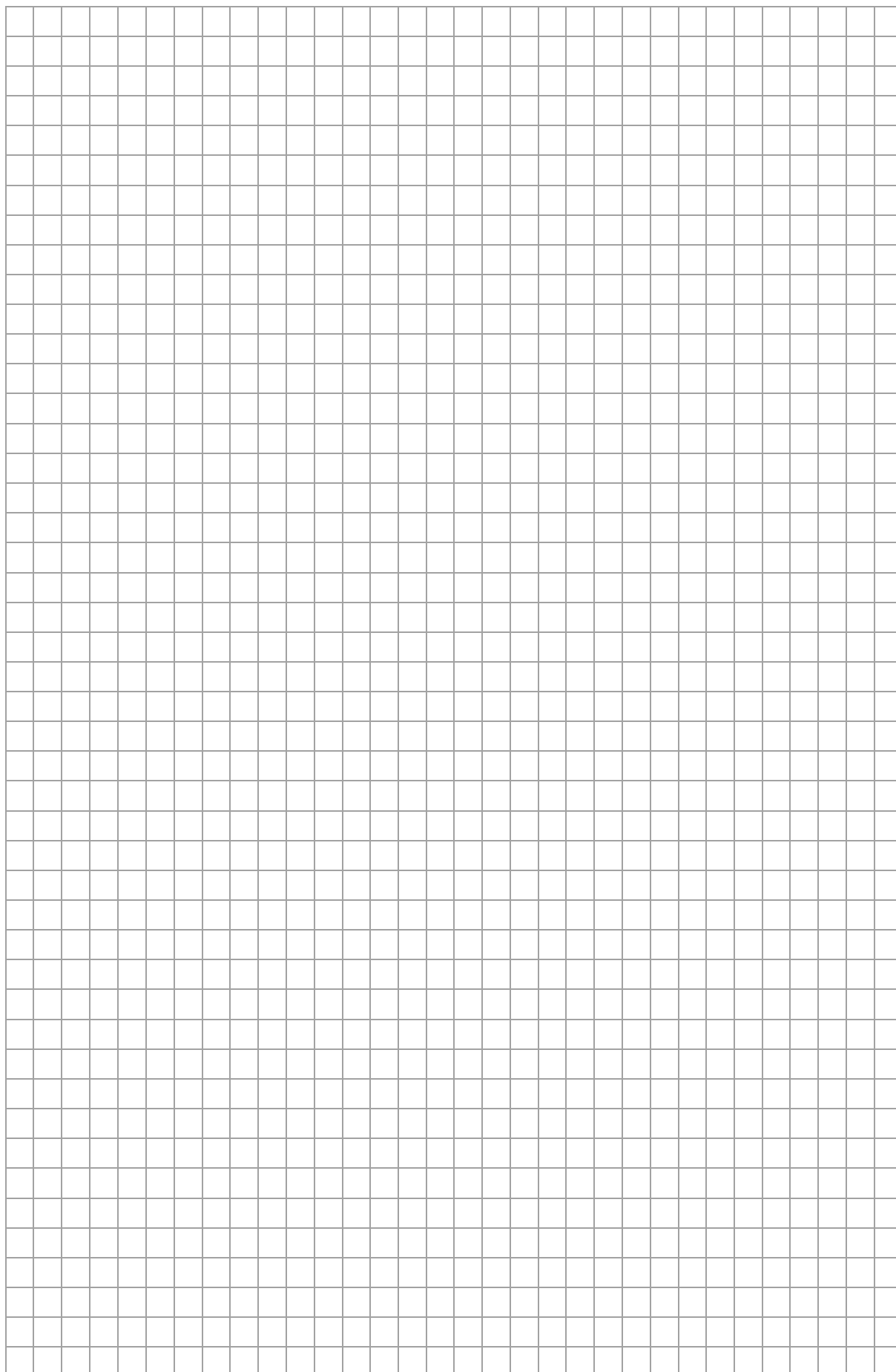
W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym  $ABCS$  podstawa  $ABC$  jest trójkątem równobocznym. Długość okręgu opisanego na podstawie  $ABC$  jest równa  $6\sqrt{2}\pi$ , a cosinus kąta między krawędziami bocznymi  $SB$  i  $SC$  jest równy  $\frac{5}{9}$ .

**8.**0–1–  
2–3–4

**Oblicz długość krawędzi podstawy  $ABC$  oraz cosinus kąta między ścianami bocznymi  $SAC$  i  $SBC$  tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.**





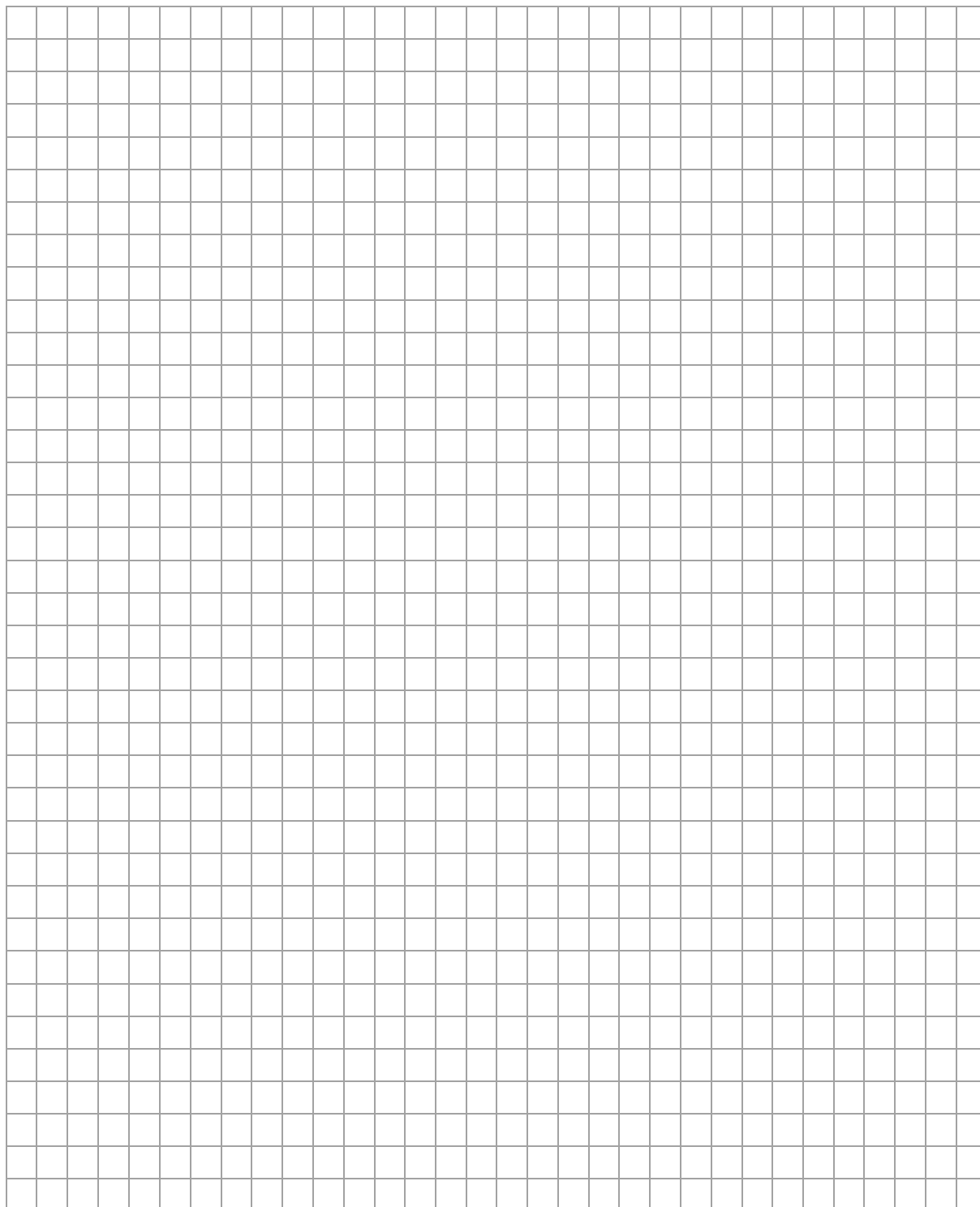


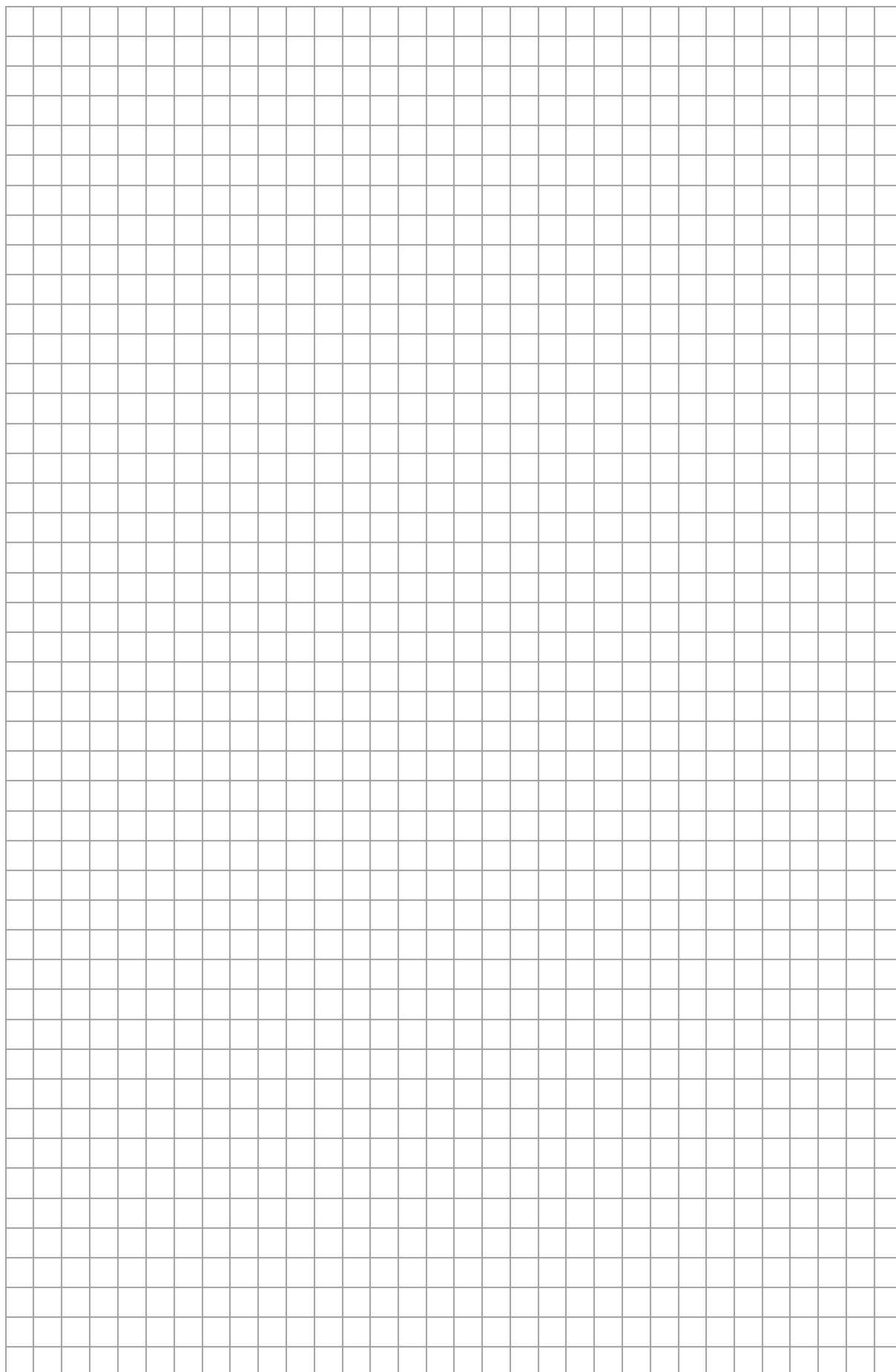
**Zadanie 9. (0–5)**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  punkty  $A = (1, -1)$  oraz  $B = (4, 0)$  są wierzchołkami trójkąta  $ABC$ , w którym  $|CA| = |CB|$ . Jedno z ramion trójkąta  $ABC$  zawiera się w prostej o równaniu  $x + 2y - 4 = 0$ . Na boku  $AC$  tego trójkąta obrano taki punkt  $M$ , że  $|AM| : |MC| = 1 : 4$ .

**9.**0–1–  
2–3–  
4–5

**Wyznacz równanie okręgu, który ma środek w punkcie  $M$  i przechodzi przez punkt  $C$ .  
Zapisz obliczenia.**





10.

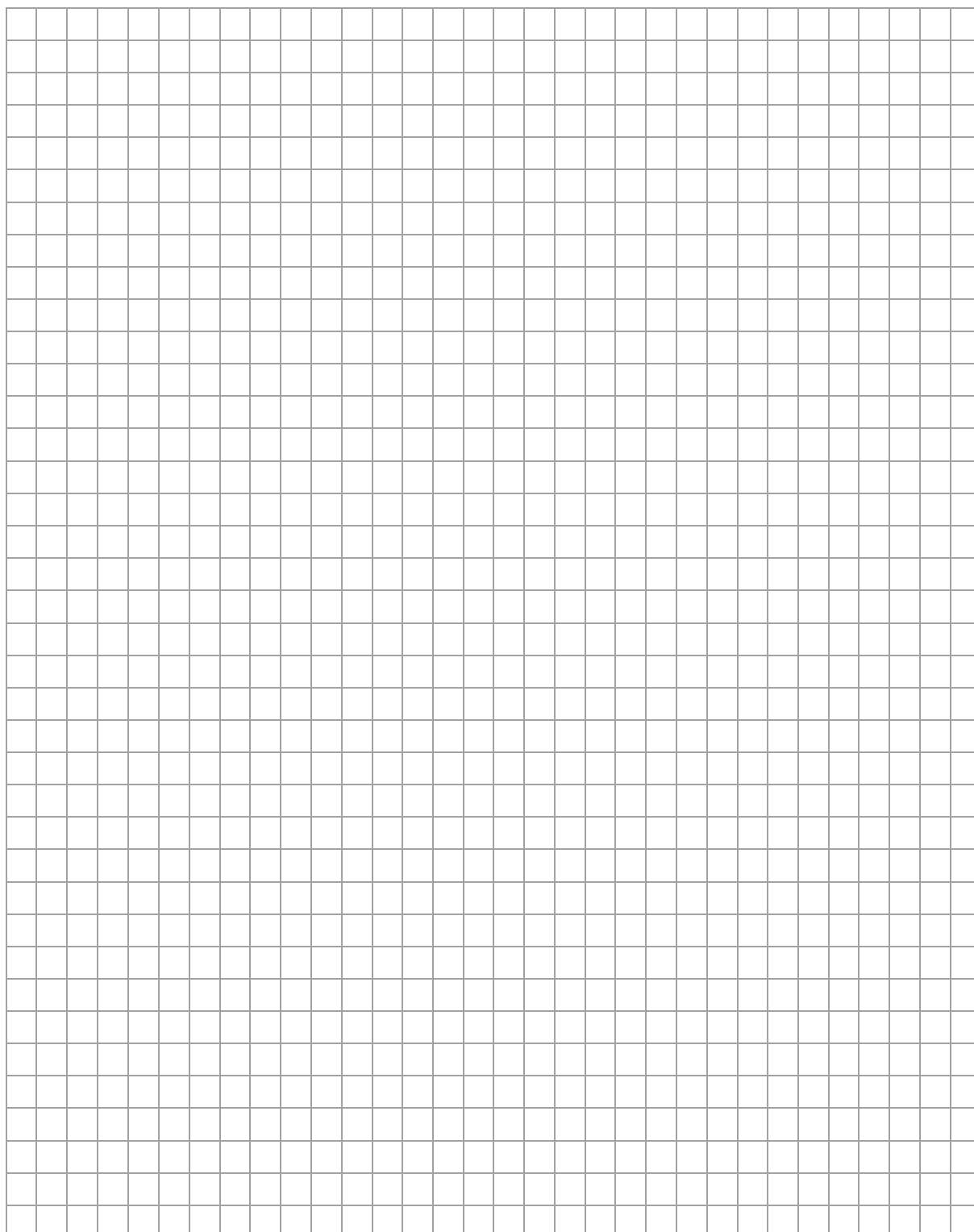
0-1-  
2-3-  
4-5**Zadanie 10. (0-5)**

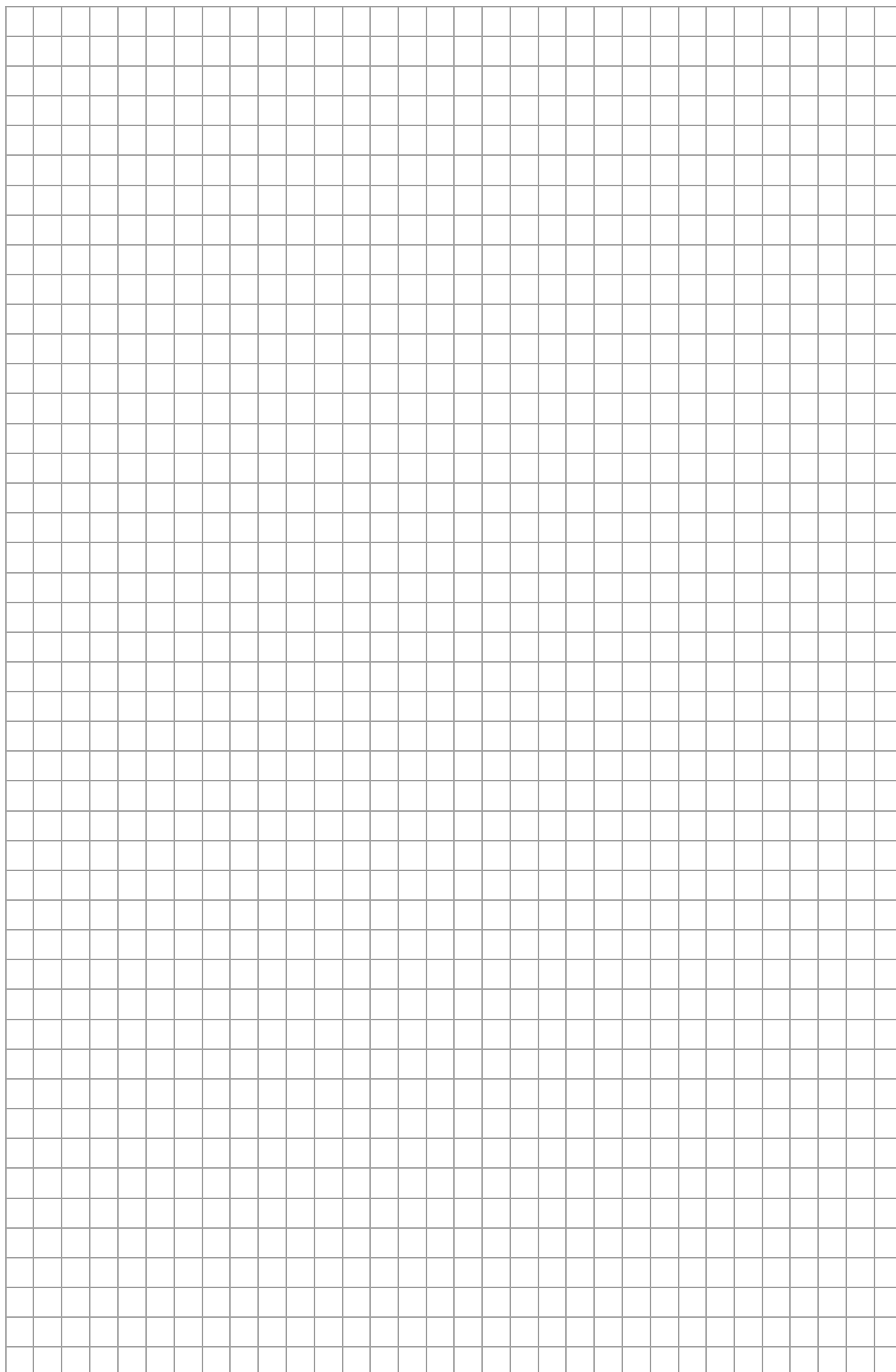
Wyznacz wszystkie rzeczywiste wartości parametru  $m$ , gdzie  $m \neq 0$ , dla których funkcja kwadratowa  $f$  określona wzorem

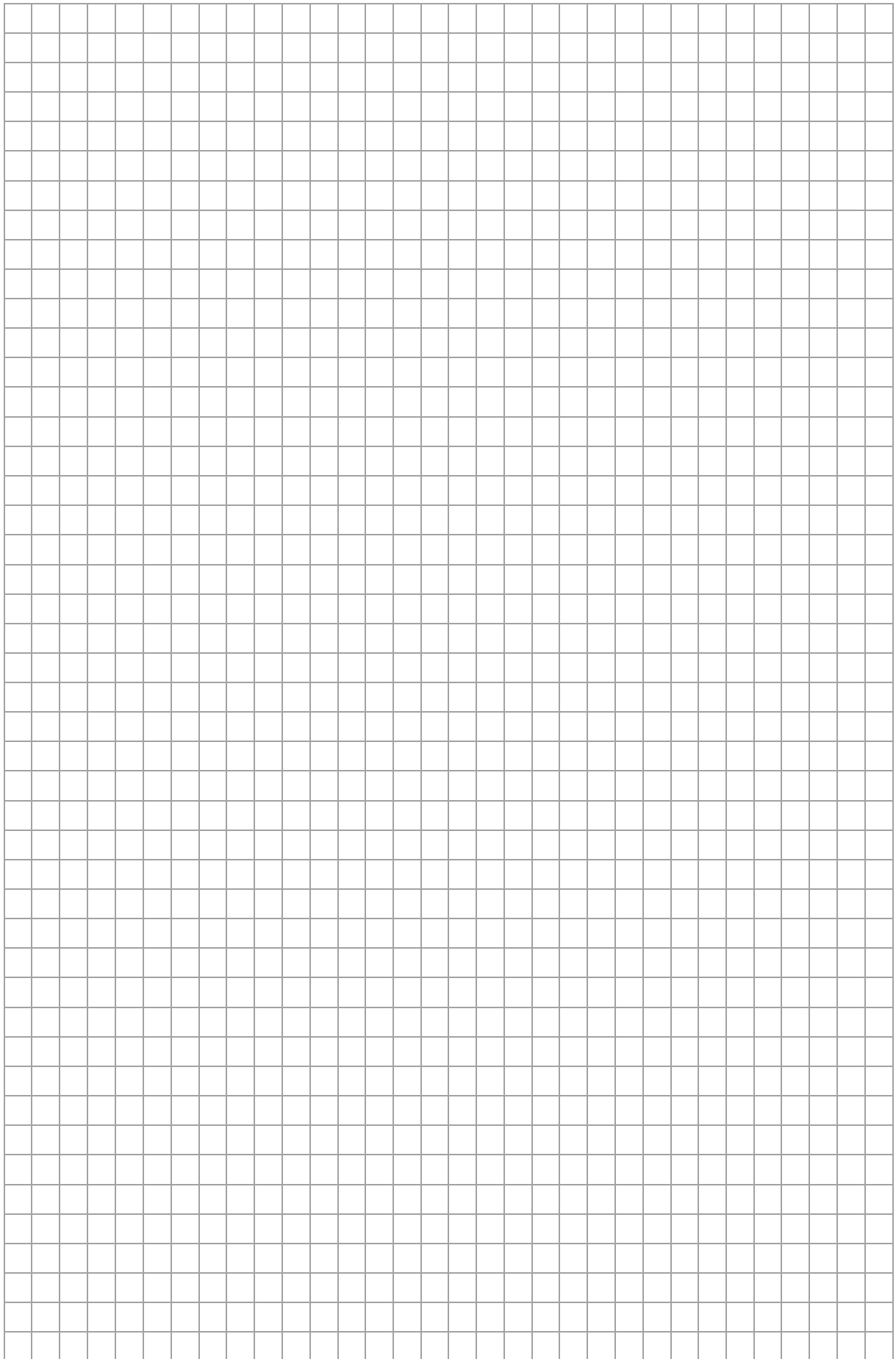
$$f(x) = m^2 \cdot x^2 - 2mx - m + 1$$

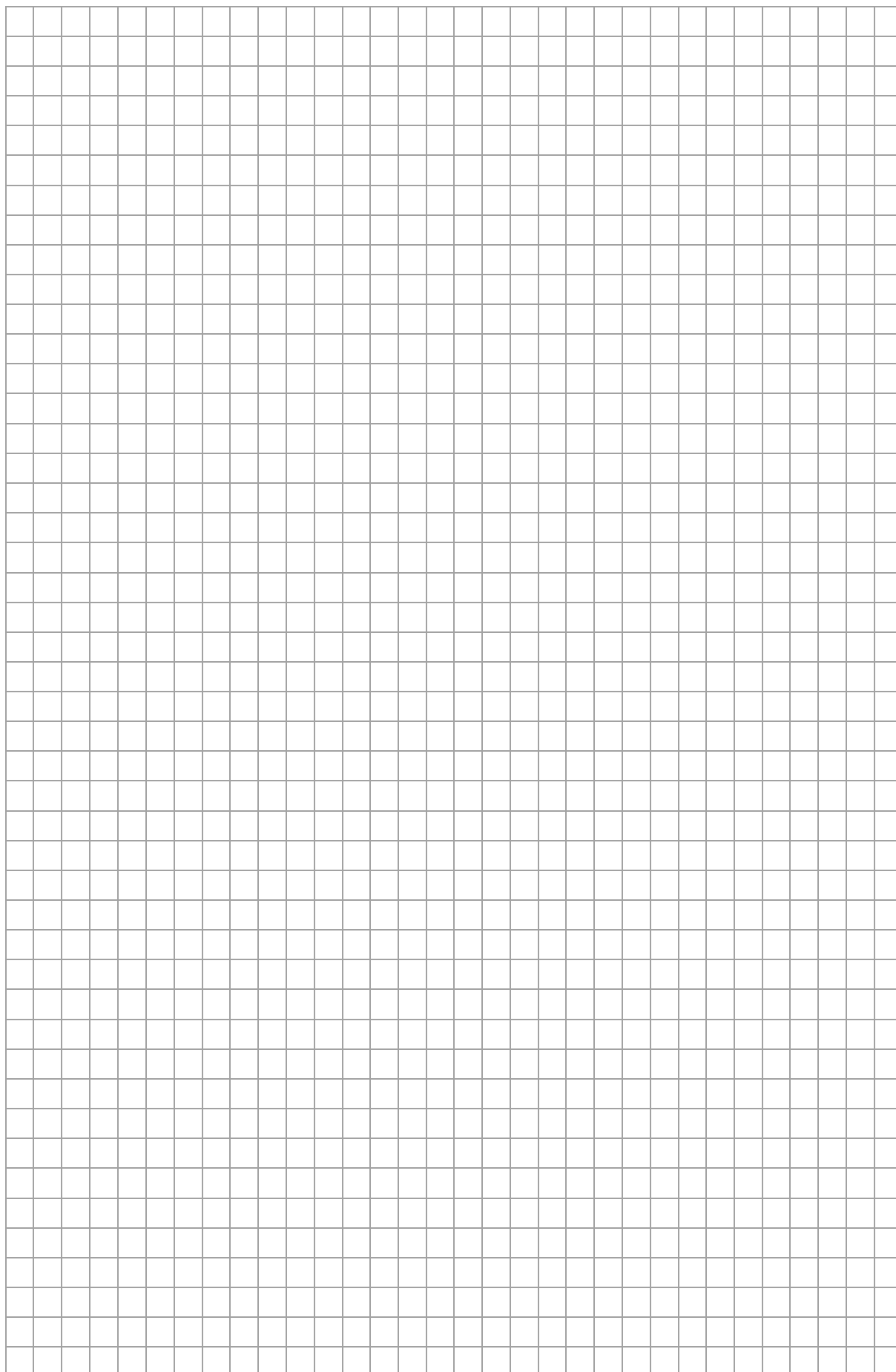
ma dwa różne miejsca zerowe  $x_1$  oraz  $x_2$  należące do przedziału  $(-2, 2)$ .

Zapisz obliczenia.





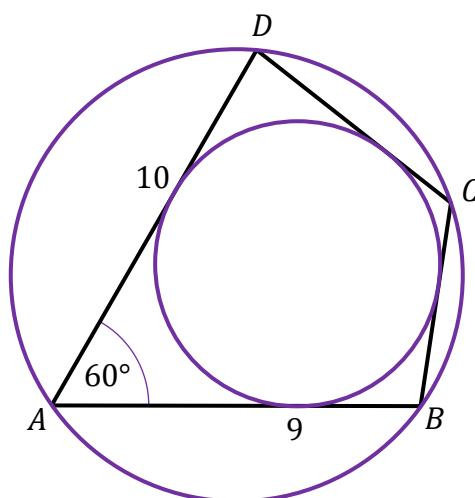




**Zadanie 11. (0–6)**

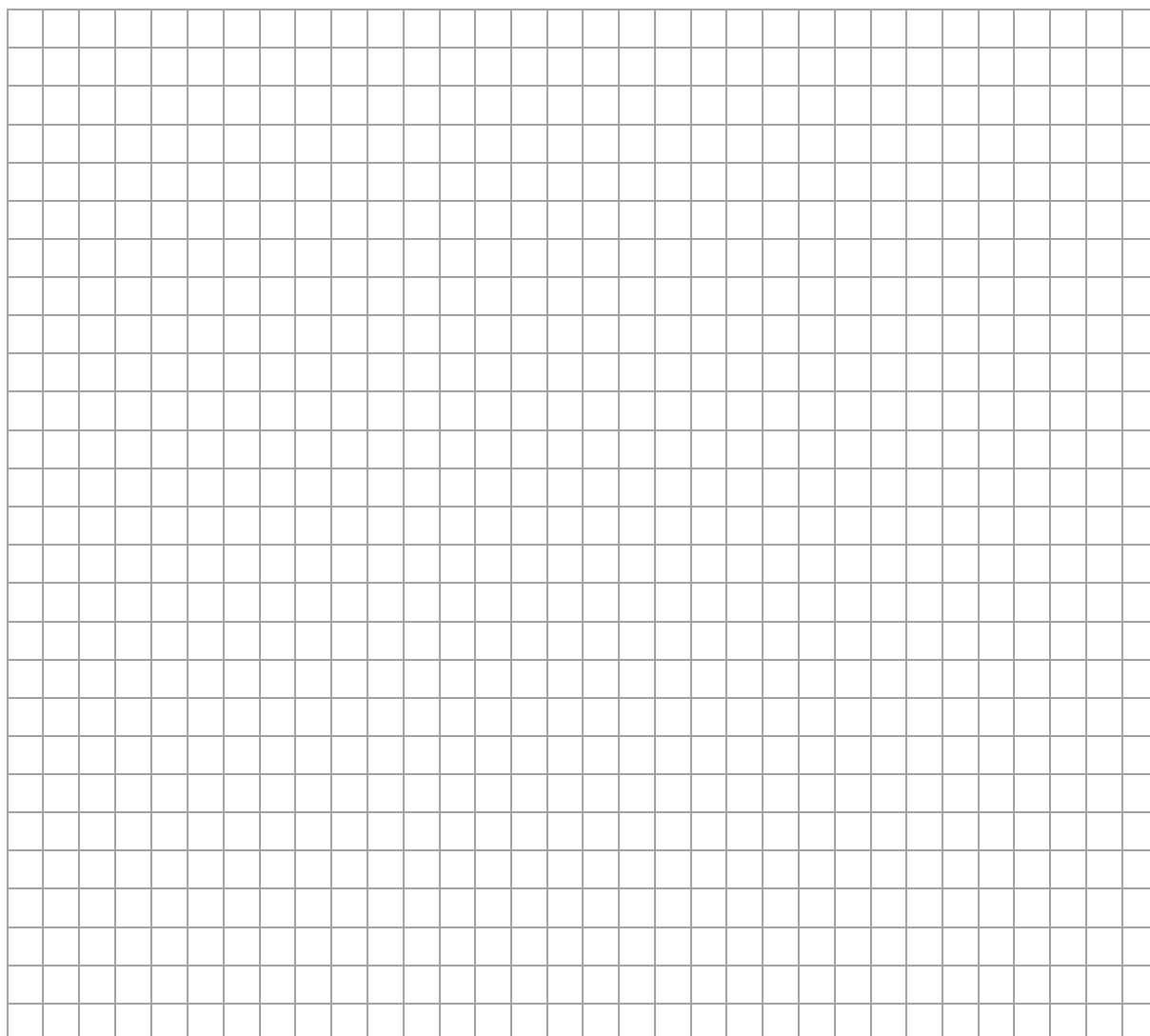
W czworokącie  $ABCD$  są dane:  $|AB| = 9$ ,  $|AD| = 10$  oraz  $|\sphericalangle BAD| = 60^\circ$ .

W ten czworokąt wpisano okrąg oraz na tym czworokącie opisano okrąg (zobacz rysunek).

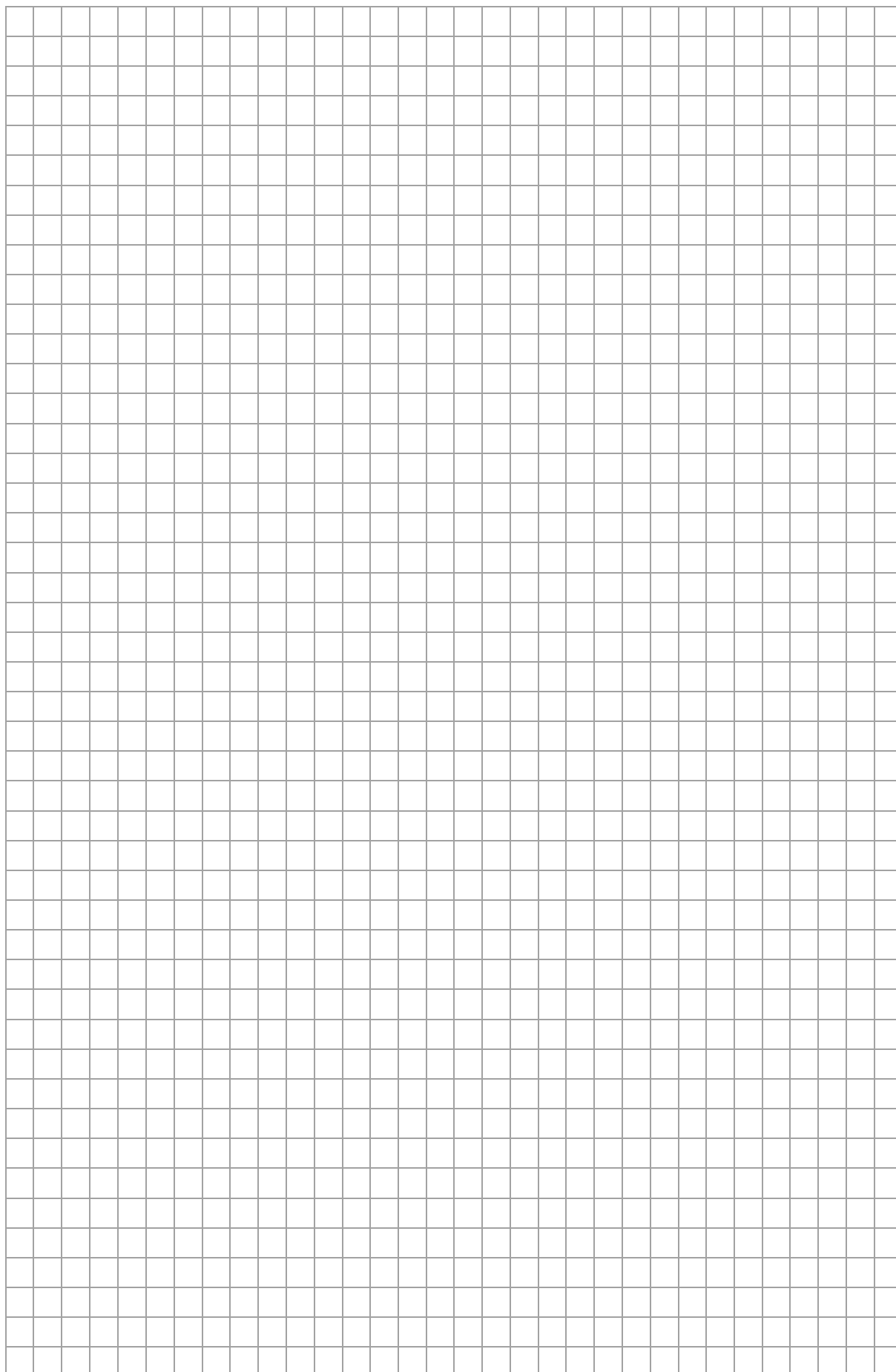
**11.**

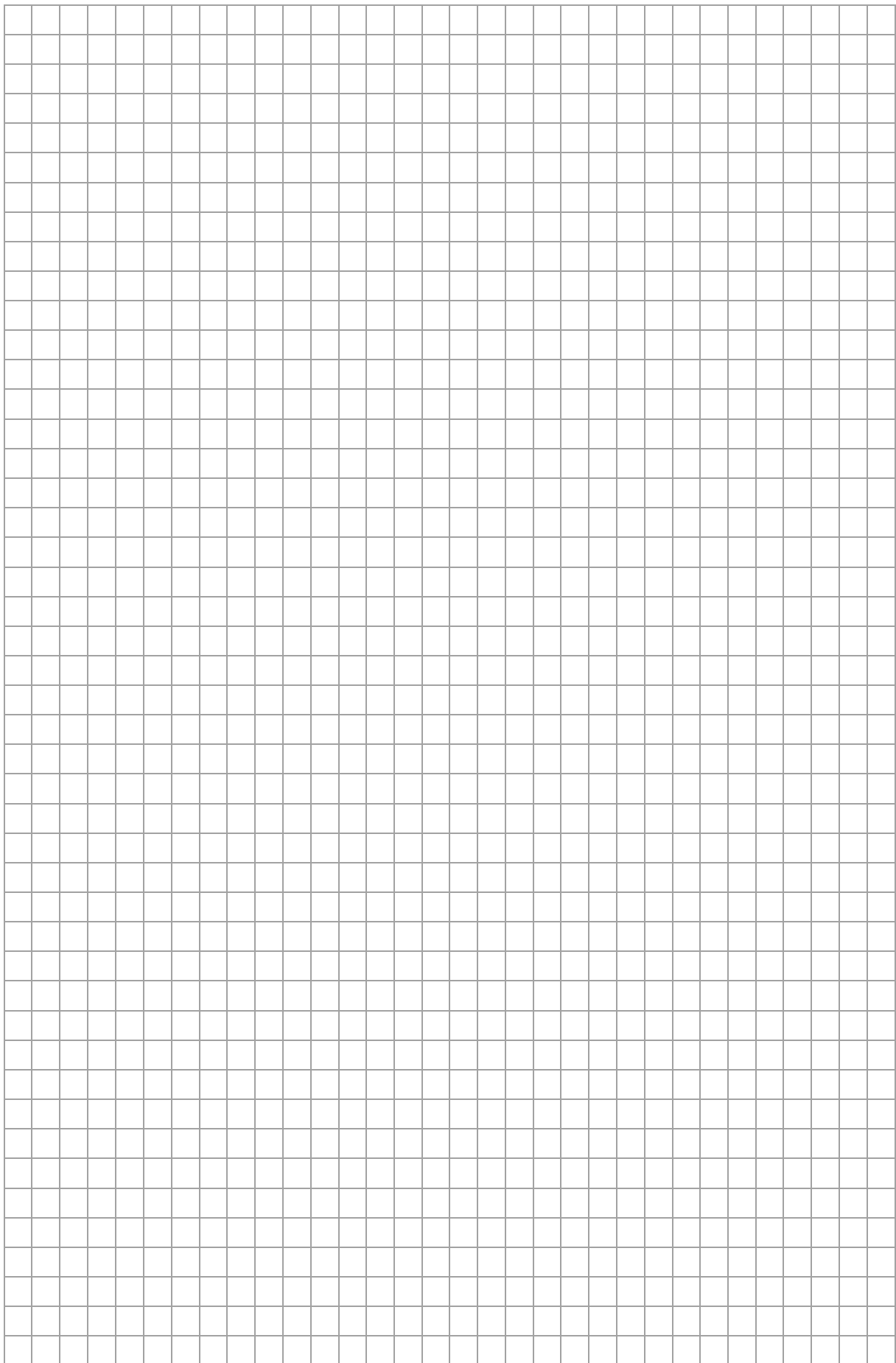
0–1–  
2–3–  
4–5–6

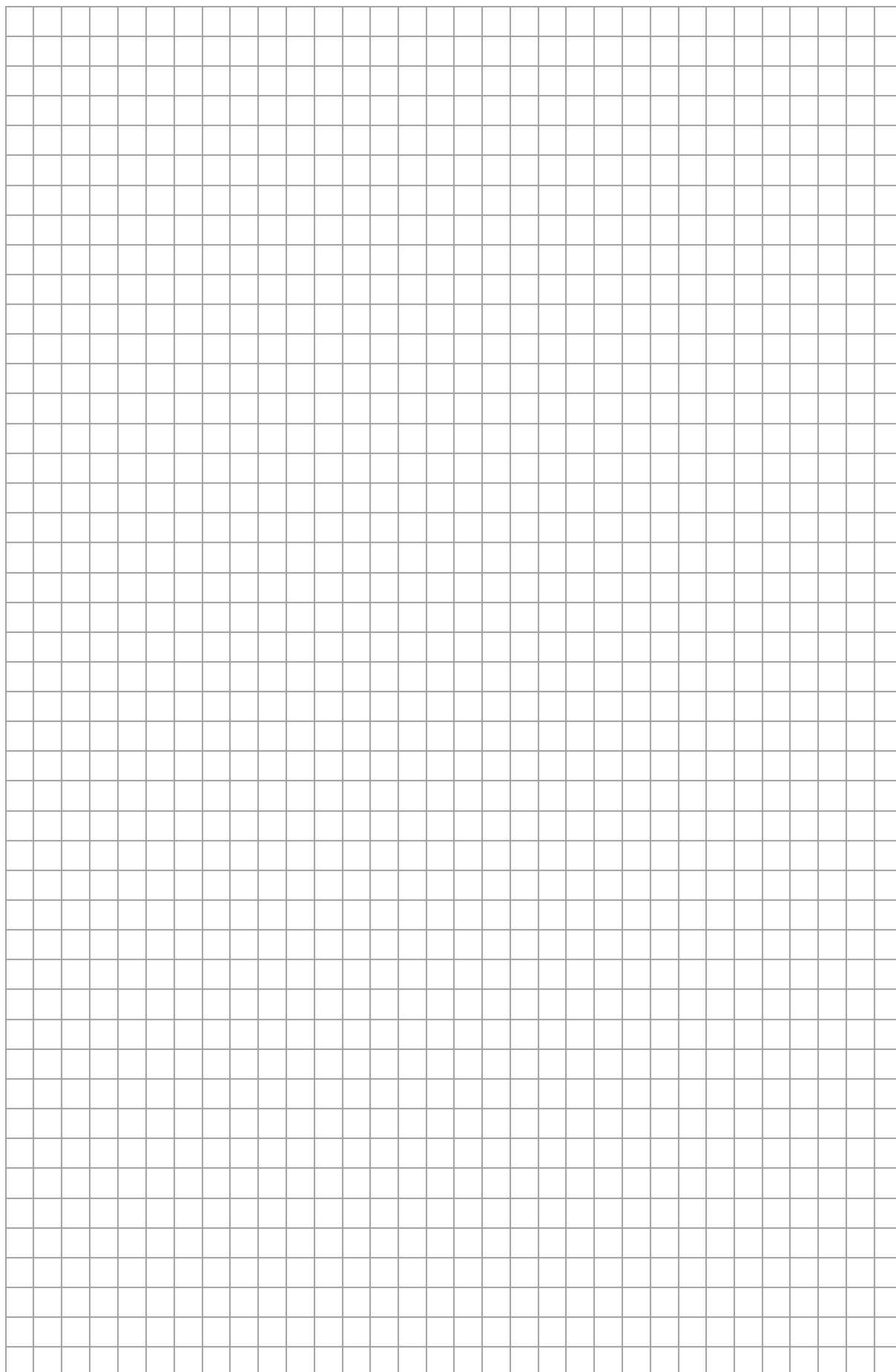
Oblicz długości boków  $BC$  i  $CD$  oraz pole czworokąta  $ABCD$ . Zapisz obliczenia.





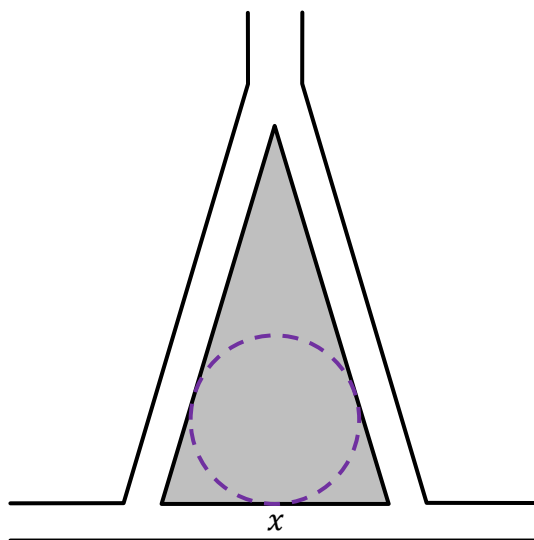






### Zadanie 12.

W projekcie ogrodu zaplanowano kwiatnik w kształcie trójkąta równoramiennego o podstawie długości  $x$  metrów nieprzekraczającej 10 metrów. Na tym kwiatniku ma znajdować się fontanna w kształcie koła o średnicy 4 metrów, które ma być styczne do każdego z boków trójkątnego kwiatnika (zobacz rysunek). Projektantowi zależy, aby przy tak ustalonej wielkości fontanny pole tego kwiatnika było najmniejsze.



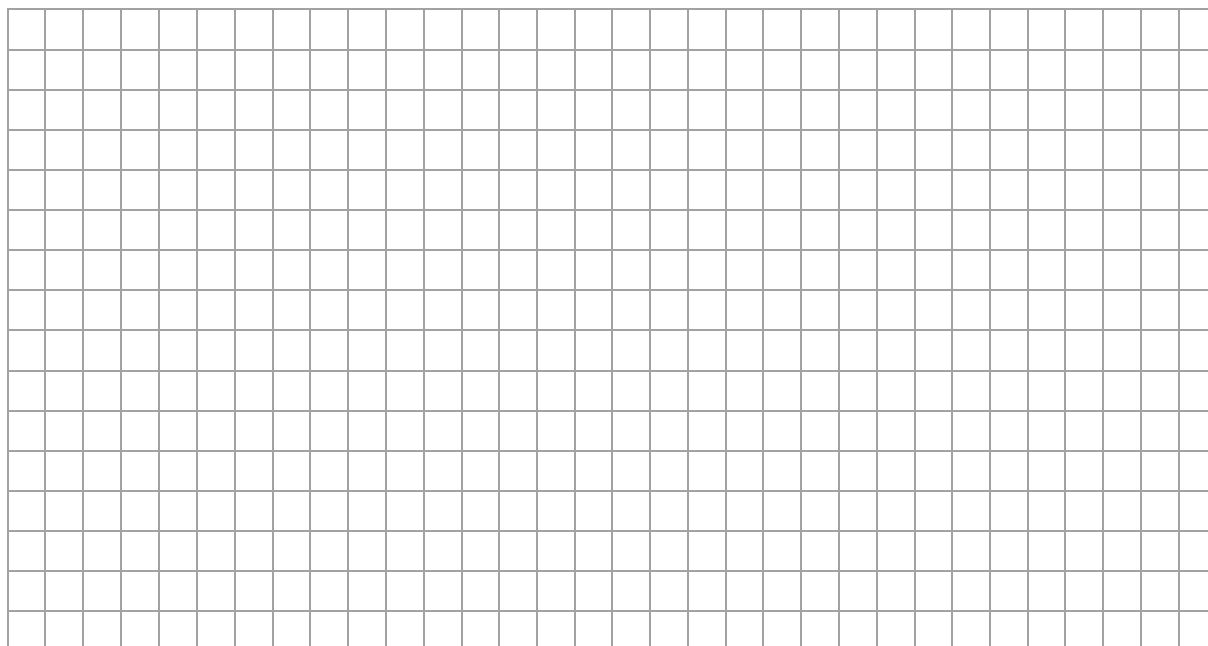
12.1.

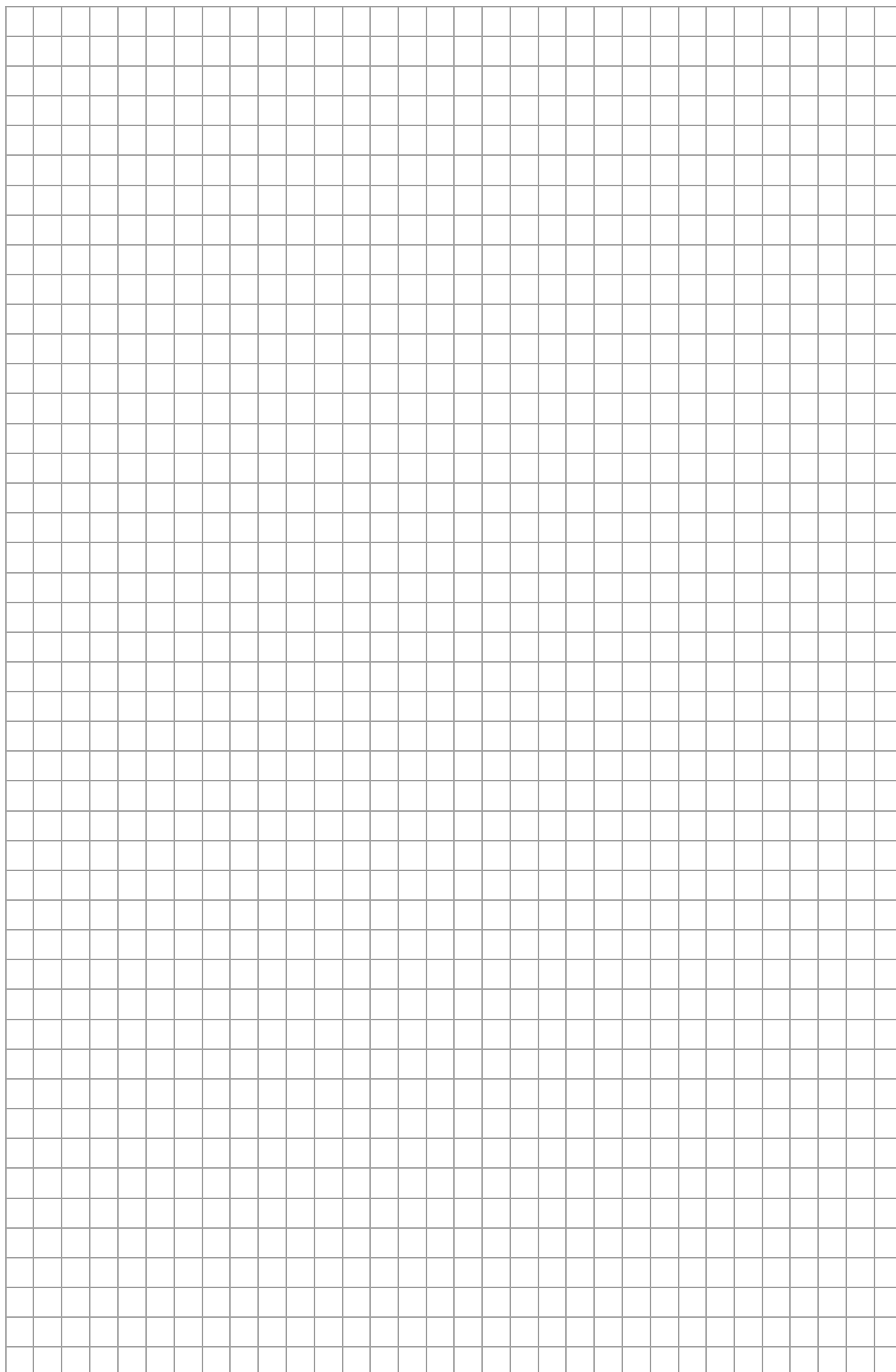
0-1-  
2-3

### Zadanie 12.1. (0-3)

Wykaż, że pole  $P$  (wyrażone w metrach kwadratowych) trójkątnego kwiatnika o podstawie długości  $x$  metrów jest określone wzorem

$$P(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 16}$$





**Zadanie 12.2. (0–4)**

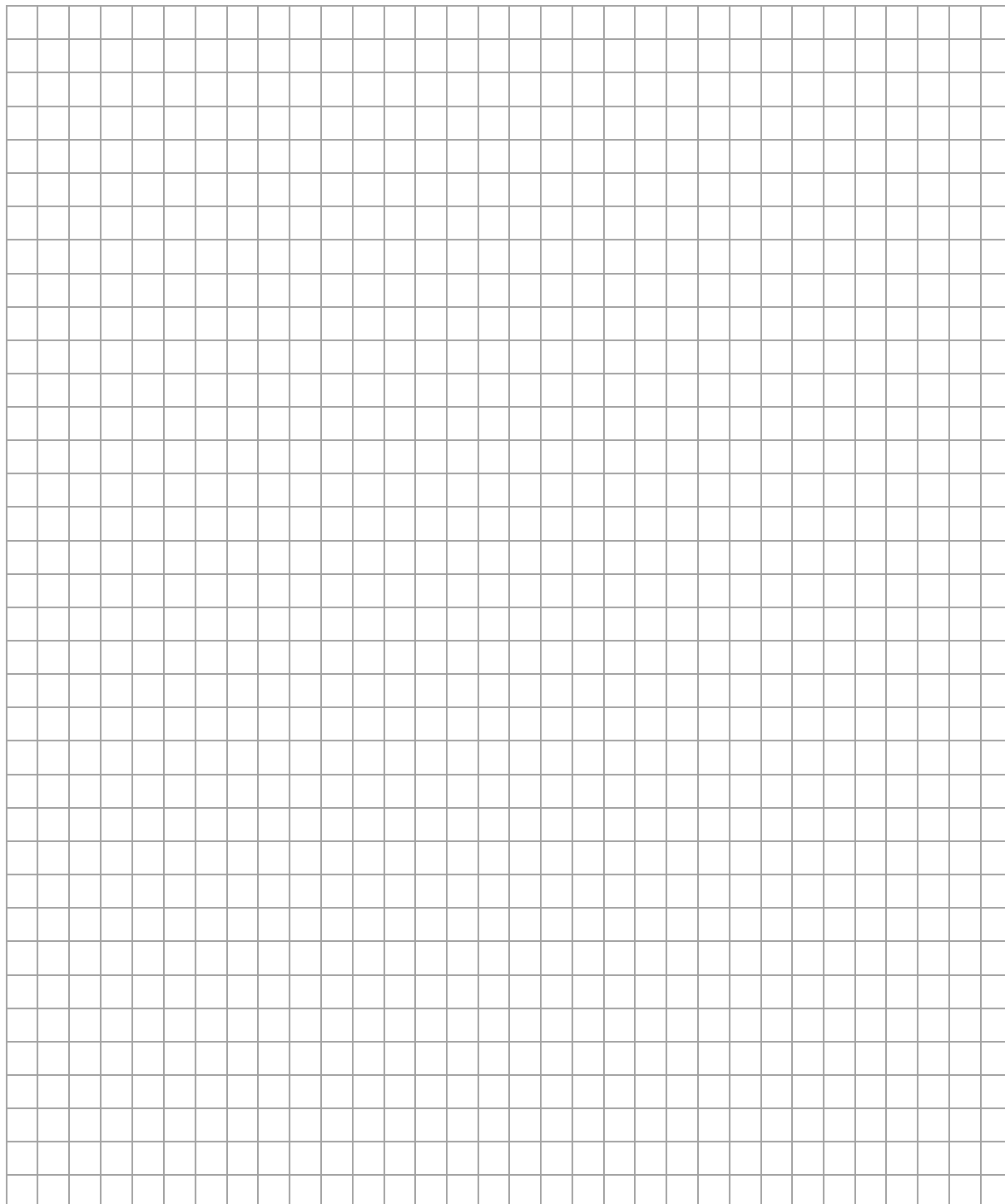
Pole  $P$  trójkątnego kwietnika o podstawie długości  $x$  metrów jest określone wzorem

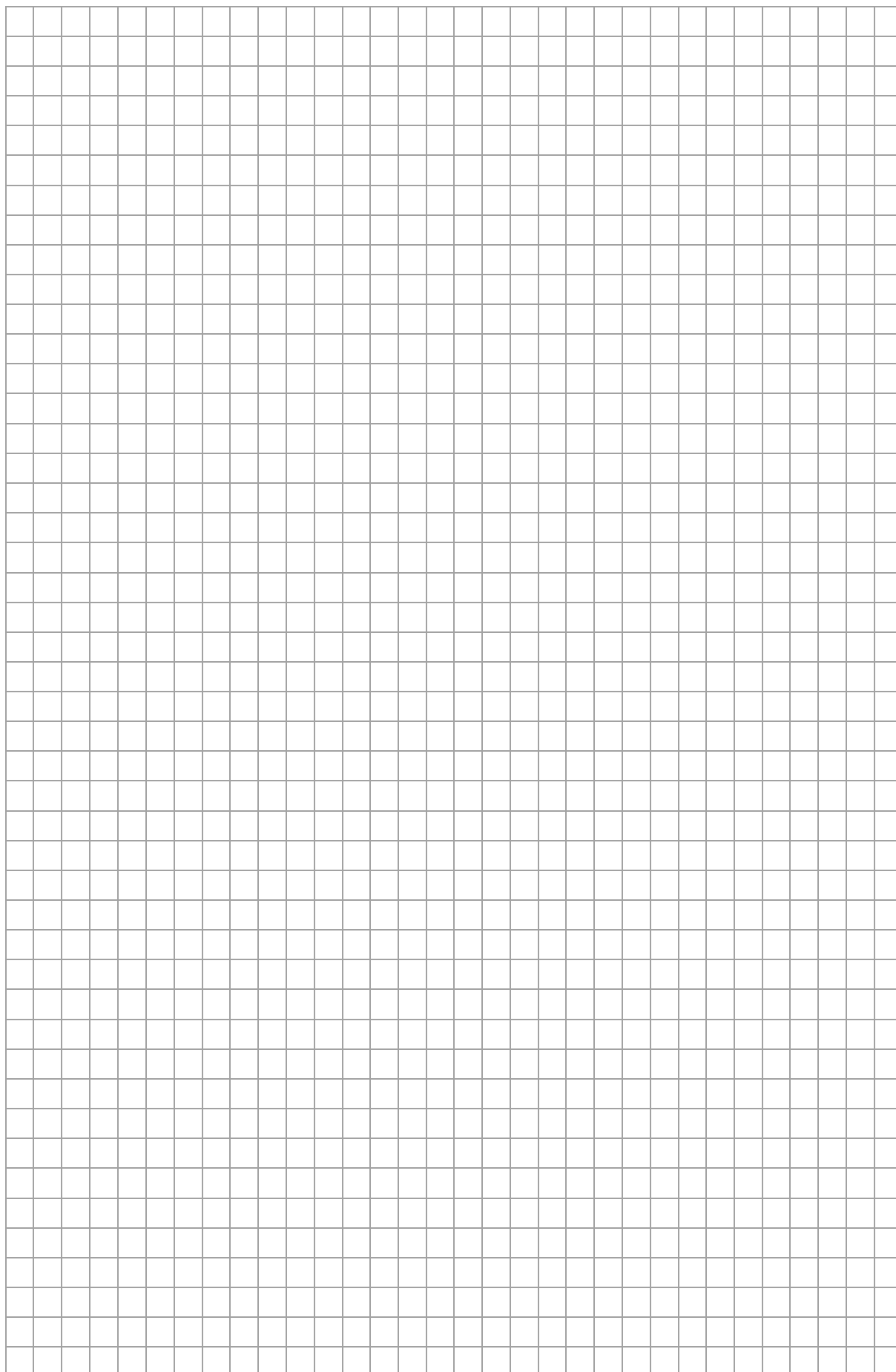
$$P(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 16}$$

dla każdego  $x \in (4, 10]$ .

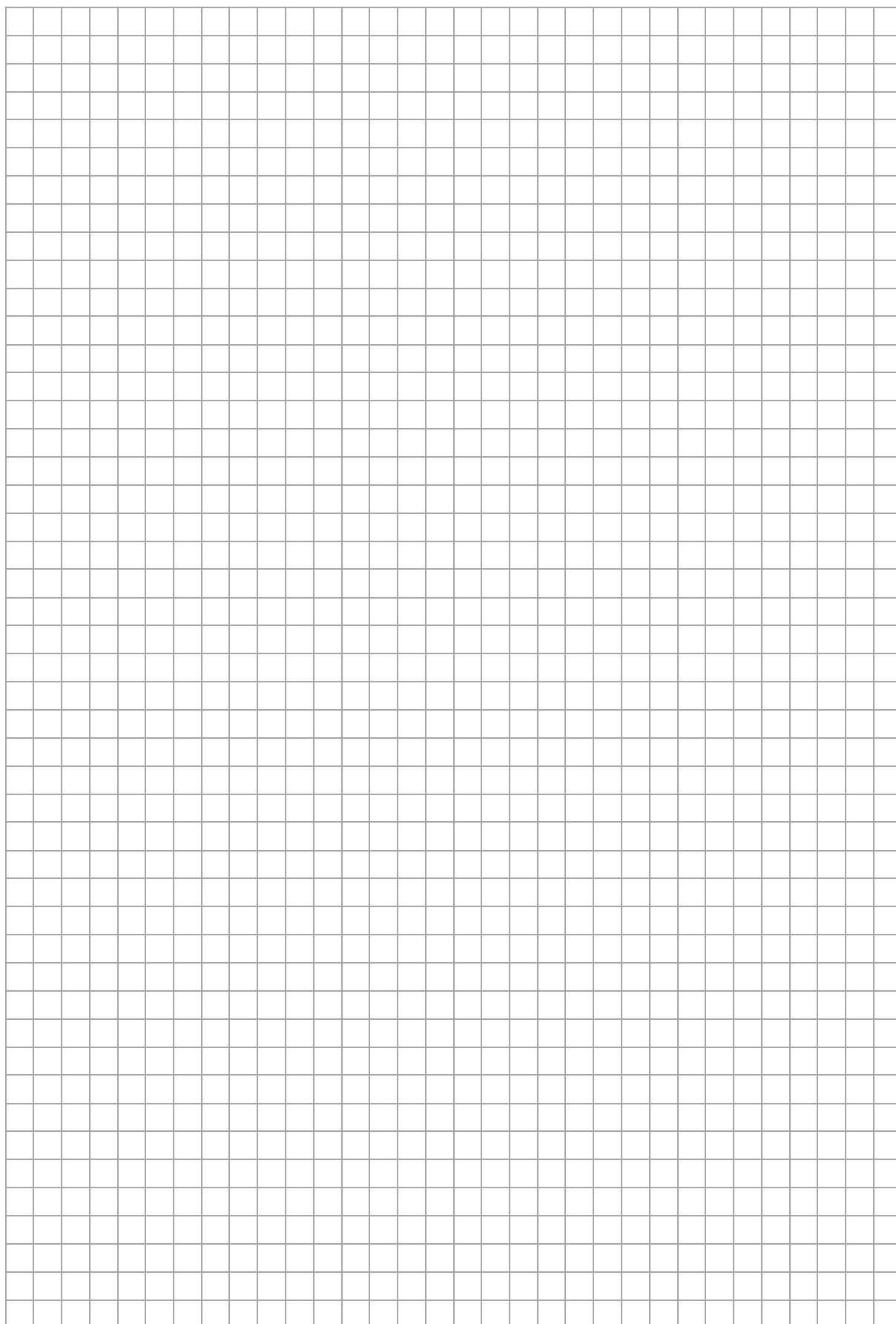
**12.2.**0–1–  
2–3–4

**Wyznacz długość  $x$  podstawy trójkątnego kwietnika, dla której pole tego kwietnika jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole. Zapisz obliczenia.**

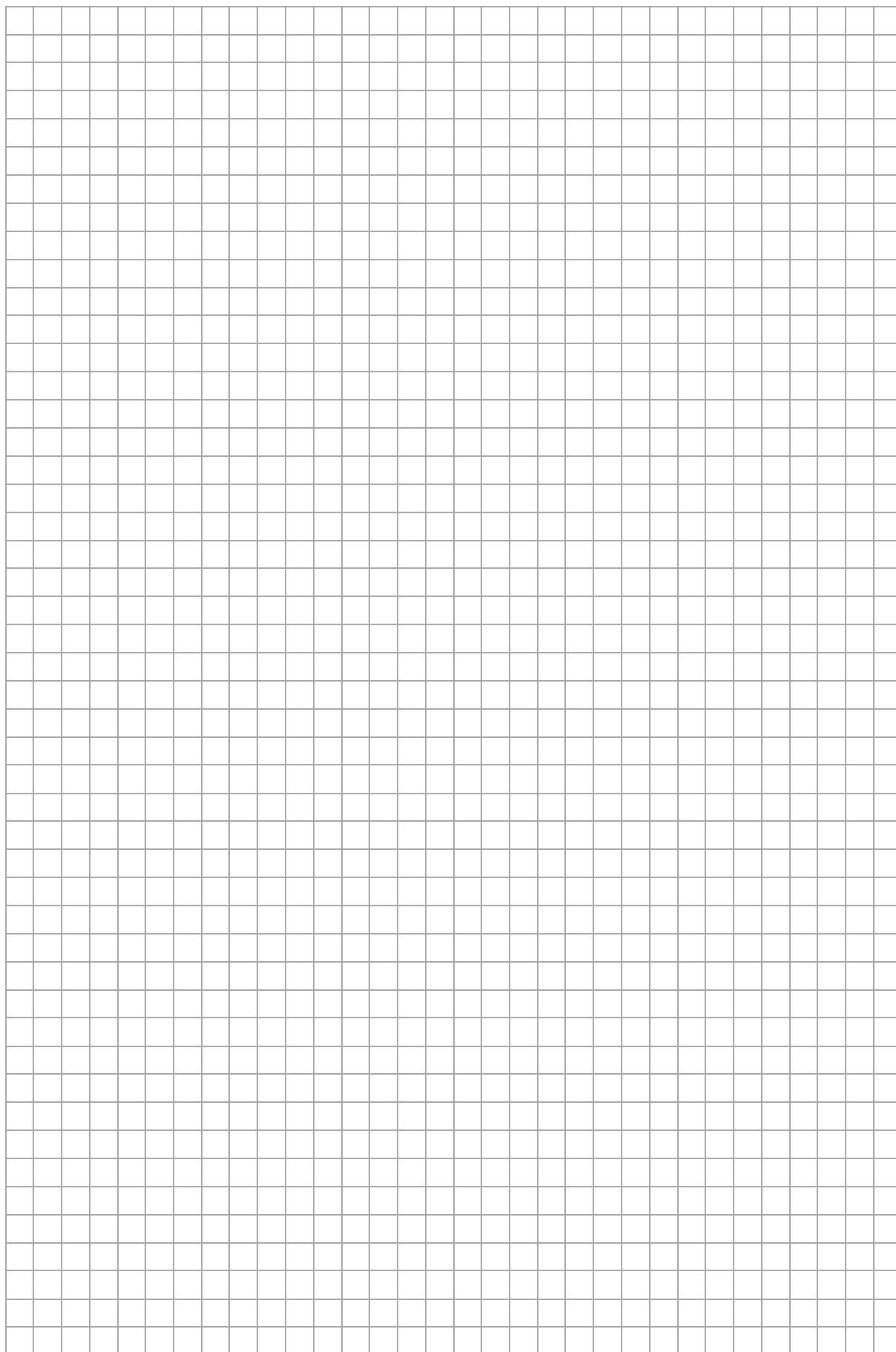




## BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)











# MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

*Formuła 2023*



# MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

*Formuła 2023*



# MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

*Formuła 2023*

